Maciej Nowak*
Tadeusz Trzaskalik**

Zarządzanie zdolnością produkcyjną z wykorzystaniem interaktywnego programowania dynamicznego

Wstęp

Zdolność produkcyjną definiuje się zwykle jako maksymalną ilość wyrobów lub usług, którą przedsiębiorstwo jest w stanie zaoferować swoim klientom. Decyzje dotyczące jej zwiększenia powinny być częścią zsynchronizowanego planu, prowadzącego do uzyskania przez firmę przewagi konkurencyjnej. Realizowane projekty inwestycyjne mają prowadzić nie tylko do zdobycia nowych klientów, ale również do zwiększenia elastyczności realizowanych procesów, skrócenia terminów dostaw i poprawy jakości.

Planując działania nakierowane na zwiększenie zdolności produkcyjnej, należy odpowiedzieć sobie na dwa podstawowe pytania: w którym momencie powinny one być zainicjowane, oraz jak duży powinien być ich zakres. Jest to o tyle istotne, że w długim, kilkuletnim horyzoncie czasu zachodzi konieczność wielokrotnego podejmowania projektów inwestycyjnych prowadzących do zwiększenia zasobów produkcyjnych przedsiębiorstwa.

Problem planowania zdolności produkcyjnej należy, obok zagadnienia odnowienia zapasów, programowania produkcji oraz pewnych typów odnowy parku maszynowego, włączając w nie wymianę wyposażenia, do ważnych zagadnień występujących w przemyśle, w stosunku do których wykorzystujemy dynamiczne modele optymalizacyjne. Zagadnienia te, jako problemy jednokryterialne, rozwiązywane były już we wczesnym okresie rozwoju badań operacyjnych [Wagner, 1980]. W okresie późniejszym, wraz z rozwojem metod wielokryterialnego wspomagania decyzji, pojawiły się również wielokryterialne ujęcia tych zagadnień.

Rozpatrywany w niniejszej pracy problem planowania zdolności produkcyjnej był również rozważany jako zagadnienie wielokryterialne. W pracy [Geng, Jiang, 2009] przedstawiono przegląd metod dedykowanych

* Prof. UE dr hab., Katedra Badań Operacyjnych, Wydział Informatyki i Komunikacji, Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, ul. 1 Maja 50, 40-287 Katowice, maciej.nowak@ue.katowice.pl
** Prof. dr hab., Katedra Badań Operacyjnych, Wydział Informatyki i Komunikacji, Uniwersytet Ekonomiczny w Katowicach, ul. 1 Maja 50, 40-287 Katowice, tadeusz.trzaskalik@ue.katowice.pl

dla producentów półprzewodników. Większość z nich może być zaadaptowanych do warunków panujących w innych sektorach. W pracy [Cheng i inni, 2004] planowanie zdolności produkcyjnej rozważane jest łącznie z zagadnieniem zarządzania zapasami. Autorzy formułują wielokryterialny model podejmowania decyzji w warunkach niepewności oraz proponują metodę opartą na łańcuchach Markowa. Z kolei w pracy [Fangqi i inni, 2011] problem zarządzania zdolnością produkcyjną jest rozważany wspólnie z zagadnieniem planowania produkcji i dystrybucji. Zaprezentowano model wielokryterialnego programowania całkowitoliczbowego oraz zaproponowano metodę jego rozwiązania opartą na relaksacji Lagrange'a.

W niniejszym artykule zagadnienie planowania zdolności produkcyjnej przedstawiamy jako dynamiczny problem wielokryterialny. Dokonując hierarchizacji rozpatrywanych kryteriów, pokażemy, w jaki sposób można go rozwiązać we współpracy analityka z decydentem. Cele pracy są następujące:

1) zaprezentowanie, w jaki sposób problem planowania zdolności produkcyjnej może być opisany za pomocą modelu dyskretnego programowania dynamicznego,
2) zaproponowanie nowej interaktywnej procedury o charakterze iteracyjnym, za pomocą której można rozwiązać tak sformułowany problem,
3) przedstawienie przykładu liczbowego ilustrującego sposób wykorzystania zaproponowanego podejścia.

Opracowanie składa się z czterech części. W części 1 omówiono wybrane zagadnienia, związane z dyskretnym programowaniem dynamicznym, uwzględniając zarówno aspekty jedno-, jak i wielokryterialne. W części 2 przedstawione zostało dynamiczne ujęcie problemu zarządzania zdolnością produkcyjną, wykorzystywane w dalszej części pracy. W kolejnej części przedstawiona została autorska propozycja procedury interaktywnej, pozwalającej na rozwiązanie sformułowanego w części 2 problemu decyzyjnego, natomiast w części 4 zamieszczono ilustrację liczbową zaproponowanej procedury. Całość kończy podsumowanie.

Artykuł powstał w ramach projektu badawczego NCN DEC-2013/11/B/HS4/01471.

1. Dyskretne programowanie dynamiczne

Procesy decyzyjne mają często charakter wieloetapowy. Zajmiemy się dalej procesami, w których liczba etapów jest z góry ustalona. Sterowanie takimi procesami polega na podejmowaniu w poszczególnych etapach kolejnych decyzji, przy czym decyzje podjęte w etapach wcześniejszych mogą mieć istotny wpływ na możliwości podejmowania kolejnych decyzji

w etapach późniejszych, gdyż zawężają lub – przeciwnie – rozszerzają pole decyzyjne.

Wśród zmiennych pojawiających się w procesach wieloetapowych wyróżniamy zmienne stanu, charakteryzujące proces na początku rozpatrywanego etapu, oraz zmienne decyzyjne, na które mamy bezpośredni wpływ. W rozpatrywanym w niniejszej pracy przypadku deterministycznym stan procesu na początku kolejnego etapu określony jest jednoznacznie przez stan procesu na początku rozpatrywanego etapu oraz podjętą w tym etapie decyzję.

Realizacją procesu jest ciąg następujących po sobie stanów i decyzji. Realizacje możemy porównywać ze sobą, wykorzystując wieloetapowe funkcje kryterialne. W najczęściej spotykanym przypadku funkcje te to sumy (lub sumy zdyskontowane) wartości kryteriów etapowych. W przypadku jednokryterialnym, gdy mamy do czynienia z jednym kryterium wieloetapowym, realizację optymalną procesu, czyli taką, dla której rozpatrywane kryterium przyjmuje wartość maksymalną lub minimalną, można znaleźć, wykorzystując zasadę optymalności Bellmana oraz równania optymalności [Bellman, 1957]. Odpowiednio przekształcone równania optymalności pozwalają rekurencyjnie wyznaczyć kolejne realizacje procesu ze względu na rozpatrywane kryterium (drugą, trzecią itd.) [Elmaghraby, 1970; Trzaskalik, 2016].

Wieloetapowe procesy decyzyjne niejednokrotnie rozpatruje się jako procesy wielokryterialne, biorąc pod uwagę więcej niż jedno kryterium oceny. W pracy [Ganguly i inni, 2013] autorzy rozpatrują wielokryterialne podejście w planowaniu systemu dystrybucji energii elektrycznej. Natomiast w publikacji [Kannan i inni, 2013] przedstawione zostało dynamiczne, zintegrowane, rozmyte podejście wielokryterialne w problemie wyboru dostawców. W opracowaniu [Nguyen i inni, 2013] podjęty został wielokryterialny dynamiczny problem harmonogramowania z wykorzystaniem metaheurystyk, zaś w pracy [Soroudi i inni, 2011] przedstawiono probabilistyczny, dynamiczny model w planowaniu wykorzystania zasobów odnawialnych i nieodnawialnych. W pracy [Jafarian-Moghaddam, Ghoseiri, 2011] autorzy przedstawili dynamiczny wielokryterialny model DEA. Z kolei [Huang i inni, 2011] wykorzystali dynamiczne ujęcie wielokryterialne do sterowania zmiennymi w czasie, niestabilnymi modelami, a [Mafakheri i inni, 2011] zaproponowali dwuetapowe wielokryterialne podejście w zarządzaniu łańcuchem dostaw z wykorzystaniem programowania dynamicznego. W opracowaniu [Li i inni, 2010] autorzy przedstawili podejście programowania dynamicznego w wielokryterialnym, grupowym podejmowaniu decyzji.

Przytoczone powyżej prace wskazują na to, że podejście wielokryterialnego, dynamicznego podejmowania decyzji jest bardzo uniwersalne, a zaproponowane sposoby rozwiązywania dynamicznych problemów decyzyjnych są bardzo zróżnicowane. Poniżej przedstawimy ujęcie wykorzystywane dalej w niniejszym artykule.

Przyjmijmy, że rozpatrujemy zadanie wektorowej maksymalizacji (inne zadania, w których pewne kryteria minimalizujemy, łatwo sprowadzić do zadania wektorowej maksymalizacji, opisywanego dalej). Porównując dwie realizacje procesu, powiemy, że pierwsza z nich jest lepsza od drugiej, jeżeli wartości wszystkich rozpatrywanych kryteriów wieloetapowych dla pierwszej z rozpatrywanych realizacji są większe lub równe od wartości odpowiednich kryteriów wieloetapowych dla drugiej z nich oraz przynajmniej w jednym przypadku ma miejsce silna nierówność. Jako rozwiązania optymalne wektorowo przyjmujemy realizacje Pareto-optymalne (w przestrzeni kryterialnej) lub sprawne (w przestrzeni decyzyjnej), czyli takie, dla których nie istnieje inna realizacja procesu lepsza od rozpatrywanej.

Rozwiązanie dynamicznego zadania wektorowej maksymalizacji polega na znalezieniu wszystkich sprawnych realizacji procesu. W tym celu możemy wykorzystać zasadę optymalności Bellmana w wersji wektorowej [Trzaskalik, 1990; 1998]. W przypadku dużych rozmiarów rozpatrywanego zadania zagadnienie to może być trudne rachunkowo. Zbiór realizacji sprawnych może być bardzo obszerny, co powoduje trudności we wspomaganiu decyzji. Dlatego też, rozwiązując zagadnienia praktyczne, wygodnie jest dokonać skalaryzacji problemu lub też wykorzystać podejście interaktywne. Obydwie te możliwości można też wykorzystać równocześnie.

Podejście hierarchiczne polega na określeniu hierarchii kryteriów występujących w rozpatrywanym problemie decyzyjnym, a następnie sekwencyjnym rozwiązywaniu kolejnych problemów jednokryterialnych. Zbiorem rozwiązań dopuszczalnych kolejnego problemu jest zbiór rozwiązań optymalnych zadania poprzedniego, biorącego pod uwagę ważniejsze kryterium.

Bardzo często wykorzystywane jest również podejście quasi-hierarchiczne. Oprócz rozwiązań optymalnych, w kolejnym zadaniu uwzględniamy również te rozwiązania, które są prawie optymalne, czyli takie, dla których wartość rozpatrywanego kryterium mieści się w zadanym przez decydenta przedziale tolerancji. Przy wykorzystaniu tego podejścia w dyskretnych problemach dynamicznych istotna staje się wspominana powyżej możliwość generowania kolejnych rozwiązań prawie optymalnych.

Podejście interaktywne we wspomaganiu rozwiązywania problemów wielokryterialnych stosowane jest począwszy od lat 70. XX wieku [Benayoun i inni, 1971; Steuer, 1977; Miettinen i Makela, 2000; Nowak, 2008; Özpeynirci i inni, 2017]. Może ono być również wykorzystywane w przypadku poszukiwania rozwiązania końcowego w wielokryterialnych, wieloetapowych procesach decyzyjnych [Trzaskalik, 1990]. Polega ono na wzajemnej interakcji pomiędzy decydentem i wspomagającym go analitykiem, wyposażonym w odpowiednie informatyczne narzędzia optymalizacyjne. W kolejnym kroku procedury interaktywnej analityk przedstawia decydentowi aktualnie proponowaną sprawną realizację procesu. Ten ocenia ją ze względu na rozpatrywane kryteria. W przypadku akceptacji przez decydenta proponowanej realizacji procedura zostaje zakończona i rozwiązaniem końcowym staje się ostatnie rozwiązanie, proponowane przez analityka. W przypadku braku takiej akceptacji decydent określa kierunek dalszych poszukiwań, wskazując, które kryteria wieloetapowe mają być poprawione kosztem innych kryteriów. Zazwyczaj istnieje również możliwość cofnięcia się do poprzedniego kroku, gdy okaże się, że wskazany uprzednio kierunek poprawy nie przyniósł akceptowanych przez decydenta wyników. Jednocześnie w każdym kroku procedury interaktywnej istnieje możliwość rozpoczęcia obliczeń od początku lub też odstąpienia od uzyskania rozwiązania końcowego w taki właśnie sposób.

2. Dynamiczny model zarządzania zdolnością produkcyjną

Problem planowania zdolności produkcyjnej można opisać za pomocą modelu programowania dynamicznego. W tym celu analizowany horyzont planowania podzielimy na T etapów. Przez y_t oznaczamy zmienną stanu określającą, jaką zdolnością produkcyjną dysponuje organizacja na początku etapu t ($t = 1, \ldots, T$). Z kolei zmienna decyzyjna x_t wyraża wielkość, o jaką zdolność ta jest zwiększana w etapie t. Przez $y_T + 1$ oznaczamy stan procesu na końcu ostatniego etapu, czyli w analizowanym wypadku – zdolność produkcyjną na koniec okresu objętego planem. Funkcja przejścia $\Omega_t(y_t, x_t)$ opisuje relację zachodzącą pomiędzy stanem, w jakim znajduje się analizowany proces decyzyjny w etapie t, oraz decyzją, która została w tym etapie podjęta, a stanem, w jakim znajdzie się na początku etapu $t + 1$. W analizowanym problemie ma ona postać następującą:

$$y_{t+1} = \Omega_t(y_t, x_t) = y_t + x_t \text{ dla } t \in \overline{1,T} \tag{1}$$

Zakładamy, że na podstawie analizy ograniczeń technicznych, kapitałowych oraz organizacyjnych określono, w jakim zakresie możliwe jest zwiększenie zdolności produkcyjnej w kolejnych etapach rozpatrywanego procesu, a ponadto, że dostępne są na tyle precyzyjne

prognozy zapotrzebowania, że uzasadnione jest zastosowanie modelu deterministycznego.

Przez **D** oznaczymy zbiór wszystkich możliwych realizacji procesu, z których każda opisywana jest przez stany, w jakich proces znajduje się na początku każdego etapu, oraz decyzje, jakie w tych stanach są podejmowane:

$$\mathbf{D} = \{d = (x_1, y_1, x_2, y_2, \ldots, x_T, y_T) \colon \forall_{t \in \overline{1,T}}\ y_{t+1} = \grave{U}_t(y_t, x_t)\} \tag{2}$$

Głównym celem, jaki formułowany jest przez decydentów rozważających podjęcie działań w celu podwyższenia zdolności produkcyjnej, jest maksymalizacja dochodów przedsiębiorstwa. Warto jednak zauważyć, że nie jest to jedyna przesłanka skłaniająca przedsiębiorców do podjęcia tego typu decyzji. Zdają sobie oni sprawę, że rezygnacja z ekspansji skutkuje brakiem możliwości pełnego zaspokojenia zapotrzebowania klientów, a w efekcie ryzyko przejęcia części rynku przez konkurentów. Z drugiej strony nadmierne zwiększenie zdolności produkcyjnej prowadzi do nieefektywnego wykorzystania zasobów, co negatywnie wpływa na wyniki finansowe firmy. W proponowanym modelu przyjmować zatem będziemy, że decydent zainteresowany jest maksymalizacją wartości trzech kryteriów:

1) f_1 – suma zdyskontowanych przepływów pieniężnych,
2) f_2 – średni poziom zaspokojenia zapotrzebowania zgłaszanego przez klientów w okresie objętym planowaniem,
3) f_3 – średni poziom wykorzystania zdolności produkcyjnej w okresie objętym planowaniem.

3. Procedura interaktywna

Przyjmijmy następujące oznaczenia:

K – liczba analizowanych kryteriów,

$\mathbf{D}^{(l)}$ – zbiór realizacji procesu rozważanych w iteracji l,

$d^{(l)}$ – realizacja proponowana decydentowi w iteracji l,

$\mathbf{f}^*$ – wektor idealny – jego składowe określają wartości optymalne poszczególnych kryteriów uzyskiwane jako rozwiązania jednokryterialnych zadań programowania dynamicznego,

$\overline{\mathbf{f}}$ – wektor optymistyczny – jego składowe określają najlepsze wartości poszczególnych kryteriów uzyskane w dotychczas rozważanych rozwiązaniach,

$\underline{\mathbf{f}}$ – wektor pesymistyczny – wektor grupujący najgorsze wartości poszczególnych kryteriów uzyskane w dotychczas rozważanych rozwiązaniach,

$\hat{\mathbf{f}}$ – wektor wartości satysfakcjonujących – wektor grupujący wartości kryteriów, które decydent określił jako satysfakcjonujące.

Rozwiązanie końcowe problemu jest wyznaczane w sposób następujący:

Faza wstępna:

1. Prosimy decydenta o zdefiniowanie hierarchii kryteriów.
2. Rozwiązujemy K jednokryterialnych zadań programowania dynamicznego, w których kolejno optymalizujemy wartości poszczególnych kryteriów i wyznaczamy wektor $\mathbf{f}^*$.
3. Wyznaczamy optymalne realizacje procesu ze względu na kryterium, które decydent umieścił na najwyższym poziomie hierarchii. Dla każdej z nich obliczamy wartości wszystkich kryteriów. Do zbioru $\mathbf{D}^{(1)}$ włączamy te spośród realizacji zapewniających uzyskanie wartości optymalnej najważniejszego kryterium, które są niezdominowane.
4. Jako wartości początkowe współrzędnych wektora $\hat{\mathbf{f}}$ przyjmujemy najgorsze wartości kryteriów uzyskiwane dla realizacji włączonych do zbioru $\mathbf{D}^{(1)}$.
5. Przyjmujemy $l = 1$.

Iteracja *l*:

1. Wyznaczamy wektory $\bar{\mathbf{f}}$ oraz $\underline{\mathbf{f}}$, przyjmując za ich współrzędne odpowiednio najlepsze i najgorsze wartości kryteriów uzyskiwane dla realizacji włączonych do zbioru $\mathbf{D}^{(l)}$.
2. Określamy realizację $d^{(l)}$, która zostanie zaproponowana decydentowi. W tym celu sprawdzamy, które spośród rozwiązań ze zbioru $\mathbf{D}^{(l)}$ gwarantują uzyskanie takich wartości kryteriów, które nie są gorsze niż wartości zapisane w wektorze $\hat{\mathbf{f}}$. Wyznaczając spośród nich kolejną propozycję dla decydenta, kierujemy się hierarchią kryteriów.
3. Przedstawiamy decydentowi realizację $d^{(l)}$ oraz wektory $\mathbf{f}^*$, $\bar{\mathbf{f}}$, $\underline{\mathbf{f}}$ oraz $\hat{\mathbf{f}}$. Pytamy decydenta, czy wyniki uzyskiwane dla proponowanej realizacji procesu uważa za satysfakcjonujące. Jeżeli odpowiedź brzmi *Tak*, kończymy procedurę, przyjmując za rozwiązanie końcowe realizację $d^{(l)}$.
4. Prosimy decydenta o ponowne zdefiniowanie wektora $\hat{\mathbf{f}}$.
5. Jeżeli wartość satysfakcjonująca dla kryterium uznawanego przez decydenta za najważniejsze nie jest gorsza niż dotychczasowa wartość pesymistyczna tego kryterium, to przechodzimy do kroku 7.
6. Korzystając z algorytmu wyznaczania rozwiązań prawie optymalnych, identyfikujemy wszystkie realizacje pozwalające na uzyskanie wartości satysfakcjonującej dla najważniejszego kryterium. Dla każdej z nich obliczamy wartości wszystkich kryteriów. Do zbioru $\mathbf{D}^{(l)}$ dodajemy te spośród nowo wyznaczonych realizacji, które nie są zdominowane przez jakąkolwiek inną spośród jak dotąd wyznaczonych.
7. Jeżeli w zbiorze $\mathbf{D}^{(l)}$ istnieją realizacje, dla których wartości wszystkich kryteriów nie są gorsze od wartości uznanych przez decydenta

za satysfakcjonujące, przyjmujemy $\mathbf{D}^{(l+1)} = \mathbf{D}^{(l)}$, $l = l + 1$ i przechodzimy do kolejnej iteracji (krok 1).

8. Informujemy decydenta, że nie ma możliwości wyznaczenia realizacji zapewniających uzyskanie wartości satysfakcjonujących dla wszystkich kryteriów. Następnie pytamy go, czy jest skłonny dokonać zmiany wartości satysfakcjonującej dla przynajmniej jednego kryterium. Jeżeli decydent udzielił odpowiedzi pozytywnej, wracamy do kroku (4), w przeciwnym wypadku kończymy rozwiązywanie problemu, przyjmując, że wyznaczenie rozwiązania spełniającego wymagania decydenta nie jest możliwe.

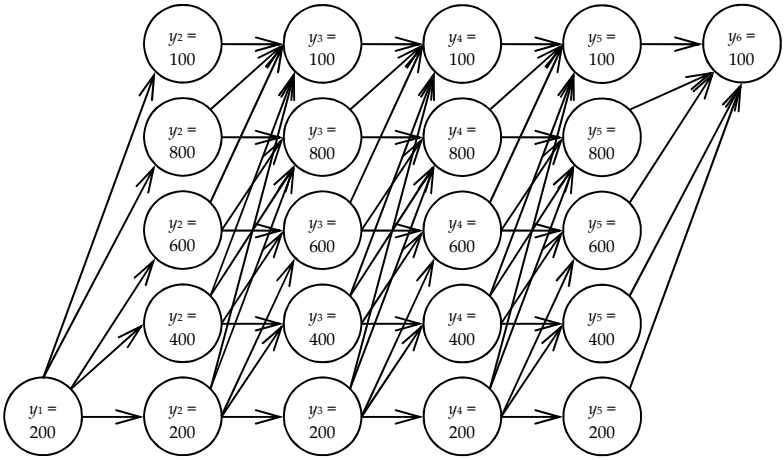
Sposób wykorzystania procedury ilustruje poniższy przykład liczbowy.

4. Przykład ilustracyjny

Przedsiębiorstwo X wprowadza na rynek nowy produkt. Zasoby, którymi aktualnie dysponuje, pozwalają na wytworzenie 200 jednostek produktu rocznie. Opracowane prognozy wskazują, że zapotrzebowanie na produkt w ciągu najbliższych pięciu lat będzie kształtowało się na następującym poziomie: rok 1 – 140 jednostek, rok 2 – 420 jednostek, rok 3 – 820 jednostek, rok 4 – 950 jednostek, rok 5 – 990 jednostek. Oczekuje się, że począwszy od roku 6 przez kolejnych 5 lat zapotrzebowanie będzie się utrzymywało na poziomie ok. 1000 jednostek. Firma zamierza osiągnąć pełną zdolność produkcyjną na koniec piątego roku. Ze względu na wykorzystywaną technologię wielkość, o jaką może być podwyższona zdolność produkcyjna, musi być wielokrotnością 200 jednostek.

Analizowany problem można przedstawić w postaci grafu, w którym węzły odpowiadają poszczególnym stanom procesu, zaś łuki – decyzjom, które mogą być podjęte w każdym z nich. Stan procesu decyzyjnego na początku etapu pierwszego jest określony przez zdolność produkcyjną, jaką firma aktualnie dysponuje. Jedynym stanem dopuszczalnym w etapie pierwszym jest stan $y_1 = 200$. Zakładamy, że na koniec etapu 5 osiągnięta zostanie pełna zdolność produkcyjna 1000 jednostek. Tym samym stan procesu na początek etapu 6 będzie wynosił $y_6 = 1000$. W etapach od 1 do 5 zdolność produkcyjna może być utrzymana na niezmienionym poziomie lub zwiększona o 200, 400, 600 lub 800 jednostek. Tym samym na początku etapów od 2 do 5 zmienna stanu y_t może przyjmować wartość 200, 400, 600, 800 lub 1000. Graf procesu przedstawia rysunek 1. Wierzchołki grafu odpowiadają stanom dopuszczalnym na początku każdego etapu, zaś łuki – decyzjom dopuszczalnym.

Rysunek 1. Graf procesu



Źródło: Opracowanie własne.

W tablicy 1 przedstawiono wartość zdyskontowanych przepływów pieniężnych uzyskiwanych w trakcie pierwszych pięciu lat realizacji projektu. Wyliczając je, uwzględniono:

- przychody ze sprzedaży,
- koszty produkcji, które zależą zarówno od liczby wyprodukowanych wyrobów, jak też zainstalowanej zdolności produkcyjnej,
- koszty związane z podwyższeniem zdolności produkcyjnej, na które składają się koszty stałe, niezależne od wielkości, o jaką zdolność jest podwyższana, oraz koszty zmienne.

Tablica 1. Wartości zdyskontowanych przepływów pieniężnych

Stan y_t	Decyzja x_t	Etap				
		1	2	3	4	5
200	0	480	1 050	950	870	×
	200	–2 980	–2 100	–1 910	–1 730	×
	400	–5 290	–4 200	–3 820	–3 470	×
	600	–7 600	–6 300	–5 730	–5 200	×
	800	–9 910	–8 400	–7 630	–6 940	8640
400	0	×	2 100	1 910	1 730	×
	200	×	–1 050	–950	–870	×
	400	×	–3 150	–2 860	–2 600	×
	600	×	–5 250	–4 770	–4 340	11 000
600	0	×	1 320	2 860	2 600	×
	200	×	–1 830	0	0	×
	400	×	–3 930	–1 910	–1 730	13 370

Stan y_t	Decyzja x_t	Etap				
		1	2	3	4	5
800	0	×	270	3 820	3 470	×
	200	×	–2 880	950	870	15 740
1000	0	×	–780	3 030	3 940	18 870

Źródło: Opracowanie własne.

Szczegóły dotyczące wyliczania wartości zdyskontowanych przepływów pieniężnych dla analizowanego problemu znaleźć można w pracy [Nowak, 2015].

Biorąc pod uwagę zainstalowaną zdolność produkcyjną oraz przewidywany popyt dla poszczególnych etapów, obliczono wskaźniki poziomu zaspokojenia zapotrzebowania oraz poziomu wykorzystania zdolności produkcyjnej w latach 1–5 (tab. 2 i 3). Wyznaczając je, porównywano wielkość zdolności produkcyjnej na początku każdego etapu z wielkością prognozowanego zapotrzebowania.

Wskaźnik poziomu zaspokojenia zapotrzebowania można obliczyć za pomocą następującej formuły:

$$\delta_t = \frac{\min\{Z_t, y_t\}}{Z_t} \tag{3}$$

gdzie: Z_t – prognozowana wielkość zapotrzebowania w etapie t, y_t – zdolność produkcyjna pozostająca w dyspozycji przedsiębiorstwa w etapie t.

Z kolei do wyliczenia wskaźnika poziomu wykorzystania zdolności produkcyjnej wykorzystano wzór postaci:

$$\delta_t = \frac{\min\{Z_t, y_t\}}{y_t} \tag{4}$$

Jak łatwo zauważyć, wartości obu wskaźników zależą wyłącznie od stanu, w jakim znalazł się proces na początku danego etapu.

Obliczając wartość kryterium f_1 dla etapów od t_1 do t_2, sumujemy wartości uzyskiwane w poszczególnych etapach. Z kolei wartości kryteriów f_2 oraz f_3 dla tego samego okresu wyliczamy jako średnią z odpowiednich wartości etapowych.

Tablica 2. Wskaźniki poziomu zaspokojenia zapotrzebowania

Stan y_t	Etap				
	1	2	3	4	5
1000	1,0000	0,4762	0,2439	0,2105	0,2020
2000	×	0,9524	0,4878	0,4211	0,4040
3000	×	1,0000	0,7317	0,6316	0,6061
4000	×	1,0000	0,9756	0,8421	0,8081
5000	×	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Źródło: Opracowanie własne.

Tablica 3. Wskaźniki poziomu wykorzystania zdolności produkcyjnej

Stan y_t	Etap				
	1	2	3	4	5
1000	0,7000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
2000	×	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
3000	×	0,7000	1,0000	1,0000	1,0000
4000	×	0,5250	1,0000	1,0000	1,0000
5000	×	0,4200	0,8200	0,9500	0,9900

Źródło: Opracowanie własne.

Wyznaczenie rozwiązania problemu przy wykorzystaniu proponowanej procedury interaktywnej przebiega następująco:

Faza wstępna:

1. Decydent definiuje następującą hierarchię kryteriów: f_1, f_2, f_3. Oznacza to, że za najważniejszy cel uznał maksymalizację wartości bieżącej netto, na drugim miejscu umieścił maksymalizację średniego poziomu zaspokojenia zapotrzebowania, a za najmniej istotną uznał maksymalizację średniego poziomu wykorzystania zdolności produkcyjnej.
2. Rozwiązujemy trzy jednokryterialne zadania programowania dynamicznego, w których kolejno optymalizujemy wartości poszczególnych kryteriów. Wektor wartości idealnych ma postać: $\mathbf{f}^* = [17\,940; 1{,}0000; 0{,}9400]$.
3. Wyznaczamy optymalne realizacje procesu ze względu na kryterium maksymalizacji wartości bieżącej netto. Jedyna realizacja zapewniająca uzyskanie wartości tego kryterium na poziomie 17 940 jest następująca:
   $y_1 = 200$, $x_1 = 0$, $y_2 = 200$, $x_2 = 600$, $y_3 = 800$, $x_3 = 0$, $y_4 = 800$, $x_4 = 0$, $y_5 = 800$, $x_5 = 200$, $y_6 = 1000$.
   Realizację tą oznaczymy jako d_1. Jej zastosowanie oznacza, że należy zwiększyć zdolność produkcyjną o 600 jednostek w roku drugim, a następnie o 200 jednostek w roku piątym. Wartości poszczególnych kryteriów uzyskiwanych dla tej realizacji są równe: $f_1(d_1) = 17\,940$; $f_2(d_1) = 0{,}8904$; $f_3(d_1) = 0{,}9280$. Ponieważ tylko jedna realizacja zapewnia uzyskanie wartości optymalnej dla najważniejszego kryterium (f_1), jest ona niezdominowana i zostaje jako jedyna włączona do zbioru $\mathbf{D}^{(1)}$.
4. Jako wartości początkowe współrzędnych wektora $\hat{\mathbf{f}}$ przyjmujemy najgorsze wartości kryteriów uzyskiwane dla realizacji włączonych do zbioru $\mathbf{D}^{(1)}$: $\hat{\mathbf{f}}$ [17 940; 0,8904; 0,9280].
5. Przyjmujemy $l = 1$.

Iteracja 1:

1. Wyznaczamy wektory $\overline{\mathbf{f}}$ oraz $\underline{\mathbf{f}}$:
   $\overline{\mathbf{f}}$ = [17 940; 0,8904; 0,9280, $\underline{\mathbf{f}}$ = [17 940; 0,8904; 0,9280].
2. Jako pierwszą propozycję dla decydenta $d^{(1)}$ przyjmujemy realizację d_1. Jest to jedyna realizacja należąca do zbioru $\mathbf{D}^{(1)}$, a wartości kryteriów, jakie są dla niej uzyskiwane, nie są gorsze niż wartości satysfakcjonujące zdefiniowane w fazie wstępnej procedury.
3. Przedstawiamy decydentowi realizację $d^{(1)}$ oraz wartości idealne (wektor $\mathbf{f}^*$), wartości optymistyczne (wektor $\overline{\mathbf{f}}$), wartości pesymistyczne (wektor $\underline{\mathbf{f}}$) oraz wartości satysfakcjonujące (wektor $\hat{\mathbf{f}}$) – tablica 4.

Tablica 4. Informacje prezentowane decydentowi w iteracji 1

Rodzaj informacji	Kryterium f_1	Kryterium f_2	Kryterium f_3
Proponowana realizacja	17 940	0,8904	0,9280
Wartości idealne	17 940	1,0000	0,9400
Wartości optymistyczne	17 940	0,8904	0,9280
Wartości pesymistyczne	17 940	0,8904	0,9280
Wartości satysfakcjonujące	17 940	0,8904	0,9280

Źródło: Opracowanie własne.

   Ponieważ decydent uznaje, że proponowane rozwiązanie nie jest satysfakcjonujące, przechodzimy do następnego kroku.
4. Decydent poproszony o ponowne zdefiniowanie wektora $\hat{\mathbf{f}}$ podaje następujące wartości satysfakcjonujące:
   $\hat{\mathbf{f}}$ = [17 700; 0,9500; 0,9000].
5. Ponieważ wartość satysfakcjonująca, którą decydent podał dla kryterium f_1, jest gorsza od dotychczasowo przyjmowanej, przechodzimy do kroku 6.
6. Korzystając z algorytmu wyznaczania rozwiązań prawie optymalnych, identyfikujemy kolejne realizacje zapewniające uzyskanie wartości satysfakcjonującej dla kryterium f_1. W efekcie uzyskujemy dwie kolejne realizacje d_2 oraz d_3. Wartości kryteriów uzyskiwane dla tych realizacji są następujące:
   $f_1(d_2)$ = 17 920; $f_2(d_2)$ = 0,8952; $f_3(d_2)$ = 0,8920,
   $f_1(d_3)$ = 17 740; $f_2(d_3)$ = 0,8588; $f_3(d_3)$ = 0,9380.
   Ponieważ żadna z poniższych realizacji nie jest zdominowana przez którąkolwiek z pozostałych dotąd wyznaczonych, dodajemy je do zbioru $\mathbf{D}^{(1)}$.
7. Analizując wyniki uzyskiwane dla realizacji ze zbioru $\mathbf{D}^{(2)}$, stwierdzamy, że żadna z nich nie zapewnia uzyskania wartości satysfakcjonujących dla wszystkich kryteriów. Wobec powyższego przechodzimy do kroku 8.

8. Decydent poinformowany, że nie jest możliwe wyznaczenie realizacji zapewniającej uzyskanie wartości satysfakcjonujących dla wszystkich kryteriów decyduje się dokonać modyfikacji wartości satysfakcjonujących. Przechodzimy do kroku 4.
4. Decydent poproszony o ponowne zdefiniowanie wektora $\hat{\mathbf{f}}$ podaje następujące wartości satysfakcjonujące:
   $\hat{\mathbf{f}}$ = [17 700; 0,9500; 0,9000].
5. Ponieważ wartość satysfakcjonująca, którą decydent podał dla kryterium f_1 jest gorsza od dotychczasowo przyjmowanej, przechodzimy do kroku 6.
6. Korzystając z algorytmu wyznaczania rozwiązań prawie optymalnych, identyfikujemy pięć kolejnych realizacji zapewniających uzyskanie wartości kryterium f_1 nie niższej niż 17 000. Dwie z nich są zdominowane. W efekcie do zbioru $\mathbf{D}^{(1)}$ dodajemy cztery nowe realizacje d_4, d_5, d_6 oraz d_7. Wartości kryteriów uzyskiwane dla tych realizacji są następujące:
   $f_1(d_4)$ = 17 630; $f_2(d_4)$ = 0,9856; $f_3(d_4)$ = 0,9280,
   $f_1(d_5)$ = 17 610; $f_2(d_5)$ = 0,9905; $f_3(d_5)$ = 0,8920,
   $f_1(d_6)$ = 17 430; $f_2(d_6)$ = 0,9540; $f_3(d_6)$ = 0,9380,
   $f_1(d_7)$ = 17 210; $f_2(d_7)$ = 0,8204; $f_3(d_7)$ = 0,9400.
7. Analizując uzyskane wyniki, stwierdzamy, że dwie realizacje: d_4 oraz d_6 zapewniają uzyskanie wartości satysfakcjonujących dla wszystkich kryteriów. Wobec powyższego przyjmujemy $\mathbf{D}^{(2)} = \mathbf{D}^{(1)}$, $l = 2$ i przechodzimy do kolejnej iteracji.

Iteracja 2:

1. Wyznaczamy wektory $\bar{\mathbf{f}}$ oraz $\underline{\mathbf{f}}$:
   $\bar{\mathbf{f}}$ = [17 940; 0,9905; 0,9400], $\underline{\mathbf{f}}$ = [17 210; 0,8204; 0,8920].
2. Jako kolejną propozycję dla decydenta $d^{(2)}$ przyjmujemy realizację d_4, która jest jedną z dwóch realizacji zapewniających uzyskanie wartości satysfakcjonujących, a jednocześnie pozwala na uzyskanie wyższej wartości kryterium f_1 niż realizacja d_6. Wartości zmiennych stanu oraz zmiennych decyzyjnych dla realizacji d_4 są następujące:
   $y_1 = 200$, $x_1 = 200$, $y_2 = 400$, $x_2 = 400$, $y_3 = 800$, $x_3 = 200$, $y_4 = 1000$, $x_4 = 0$, $y_5 = 1000$, $x_5 = 0$, $y_6 = 1000$.
   Zastosowanie tej realizacji oznacza, że należy zwiększyć zdolność produkcyjną trzykrotnie: o 200 jednostek w roku pierwszym, o 400 jednostek w roku drugim i ponownie o 200 jednostek w roku trzecim. Na koniec roku trzeciego uzyskiwana jest już docelowa zdolność produkcyjna.
3. Przedstawiamy decydentowi realizację $d^{(2)}$ oraz wartości idealne (wektor $\mathbf{f}^*$), wartości optymistyczne (wektor $\bar{\mathbf{f}}$), wartości pesymistyczne (wektor $\underline{\mathbf{f}}$) oraz wartości satysfakcjonujące (wektor $\hat{\mathbf{f}}$) – tablica 5.

Tablica 5. Informacje prezentowane decydentowi w iteracji 2

Rodzaj informacji	Kryterium f_1	Kryterium f_2	Kryterium f_3
Proponowana realizacja	17 630	0,9856	0,9280
Wartości idealne	17 940	1,0000	0,9400
Wartości optymistyczne	17 940	0,9905	0,9400
Wartości pesymistyczne	17 210	0,8204	0,8920
Wartości satysfakcjonujące	17 000	0,9500	0,9000

Źródło: Opracowanie własne.

Decydent może w tym momencie zaakceptować realizację d_4 jako rozwiązanie końcowe lub kontynuować poszukiwanie rozwiązania jeszcze lepiej dopasowanego do jego oczekiwań w sposób analogiczny do opisanego powyżej.

Zakończenie

W rozpatrywanym w niniejszej pracy zagadnieniu dynamicznego planowania zdolności produkcyjnej założono, że dostępne są precyzyjne prognozy zapotrzebowania zdolności produkcyjnej w przyszłych etapach, co umożliwia zastosowania przedstawionego w pracy modelu deterministycznego. Odejście od tego założenia uniemożliwia tego typu modelowanie. Interesujące byłoby rozpatrzenie problemu planowania zdolności produkcyjnej w sytuacji, gdy znamy rozkłady prawdopodobieństwa zapotrzebowania na zdolność produkcyjną w kolejnych etapach lub też gdy zapotrzebowanie to przedstawione byłoby za pomocą liczb rozmytych (trójkątnych lub trapezowych). Innym kierunkiem rozszerzenia przedstawionym w niniejszej pracy rozważań byłoby uwzględnienie metodologii planowania kroczącego. Zagadnienia te warte są podjęcia w przyszłości.

Literatura

Bellman R. (1957), *Dynamic Programming*, Princenton University Press.

Benayoun R., De Montgolfier J., Tergny J., Laritchev O. (1971), *Linear programming with multiple objective functions: Step method* (*STEM*), „Mathematical Programming", Vol. 1, No. 1.

Cheng L., Subrahmanian E., Westerberg A.W. (2004), *Multi-objective Decisions on Capacity Planning and Production–Inventory Control under Uncertainty*, „Industrial & Engineering Chemistry Research", Vol. 43, No. 9.

Elmaghraby S.E. (1970), *The Theory of Networks and Management Science. Part 1*, „Management Science", Vol. 17, No. 1.

Fengqi Y., Grossmann I.E., Wassick J.M. (2011), *Multisite Capacity, Production, and Distribution Planning with Reactor Modifications: MILP Model, Bilevel Decomposition Algorithm versus Lagrangean Decomposition Scheme*, „Industrial & Engineering Chemistry Research", Vol. 50, No. 9.

Ganguly S., Sahoo N. C., Das D. (2013), *Multi-objective planning of electrical distribution systems using dynamic programming*, „International Journal of Electrical Power & Energy Systems", Vol. 46.

Geng N., Jiang Z. (2009), *A review on strategic capacity planning for the semiconductor manufacturing industry*, „International Journal of Production Research", Vol. 47, No. 13.

Huang L., Suh I. H., Abraham A. (2011), *Dynamic multi-objective optimization based on membrane computing for control of time-varying unstable plants*. „Information Sciences", Vol. 181, No. 11.

Jafarian-Moghaddam A. R., Ghoseiri K. (2011), *Fuzzy dynamic multi-objective Data Envelopment Analysis model*, „Expert Systems with Applications", Vol. 38, No. 1.

Kannan D., Khodaverdi R., Olfat L., Jafarian A., Diabat A. (2013), *Integrated fuzzy multi criteria decision making method and multi-objective programming approach for supplier selection and order allocation in a green supply chain*, „Journal of Cleaner Production", Vol. 47.

Korhonen P. J., Laakso J. (1986), *A visual interactive method for solving the multiple criteria problem*, „European Journal of Operational Research", Vol. 24, No. 2.

Li W., Guo G., Yue C., Zhao Y. (2010), *Dynamic programming methodology for multi-criteria group decision-making under ordinal preferences*, „Journal of Systems Engineering and Electronics", Vol. 21, No. 6.

Mafakheri F., Breton M., Ghoniem A. (2011), *Supplier selection-order allocation: A two--stage multiple criteria dynamic programming approach*, „International Journal of Production Economics", Vol. 132, No. 1.

Miettinen K., Makela M. M. (2000), *Interactive multiobjective optimization system WWW-NIMBUS on the Internet*, „Computers & Operations Research", Vol. 27, No. 7–8.

Nguyen S., Zhang M., Johnston M., Tan K. C. (2013), *Dynamic multi-objective job shop scheduling: a genetic programming approach*, w: A.S. Uyar, E. Ozcan, N. Urquhart (eds.), *Automated Scheduling and Planning*, Springer, Berlin, Heidelberg.

Nowak M. (2008), *Interaktywne wielokryterialne wspomaganie decyzji w warunkach ryzyka. Metody i zastosowania*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej im. Karola Adamieckiego w Katowicach, Katowice.

Nowak M. (2015), *Modelowanie decyzji w zarządzaniu operacyjnym*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach, Katowice.

Özpeynirci Ö., Özpeynirci S., Kaya A. (2017), *An interactive approach for multiple criteria selection problem*, „Computers & Operations Research", Vol. 78.

Soroudi A., Caire R., Hadjsaid N., Ehsan M. (2011), *Probabilistic dynamic multi-objective model for renewable and non-renewable distributed generation planning*, „IET Generation, Transmission & Distribution", Vol. 5, No. 11.

Steuer R.E. (1977), *An Interactive Muliple Objective Linear Programming procedure*, „TIMS Studies in the Management Sciences", Vol. 6.

Trzaskalik T. (2016), *MCDM applications of near optimal solutions in dynamic programming*, „Multiple Criteria Decision Making", Vol. 10.

Trzaskalik T. (1998), *Multiobjective Analysis in Dynamic Environmnent*, The Karol Adamiecki University of Economics, Katowice.

Trzaskalik T. (1990), *Wielokryterialne dyskretne programowanie dynamiczne. teoria i zastosowania w praktyce gospodarczej*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice.
Wager H.M. (1980), *Badania operacyjne. Zastosowania w zarządzaniu*, PWE, Warszawa.

Streszczenie

W pracy rozważany jest problem zarządzania zdolnością produkcyjną, rozumianą jako maksymalna ilość produktów lub usług, którą organizacja może wytworzyć w określonej jednostce czasu. Celem jest określenie strategii, jaką powinna zastosować firma w warunkach wzrastającego popytu. Rozważany problem sformułowano jako zadanie wielokryterialnego, dyskretnego programowania dynamicznego, przyjmując, że decydent jest zainteresowany jednoczesną maksymalizacją trzech kryteriów: 1) sumy zdyskontowanych przepływów pieniężnych, 2) średniego poziomu zaspokojenia zapotrzebowania zgłaszanego przez klientów, 3) średniego poziomu wykorzystania zdolności produkcyjnej. Zaproponowana w pracy procedura rozwiązania problemu wykorzystuje metodę quasi-hierarchiczną oraz podejście interaktywne. W każdej iteracji decydentowi przedstawiana jest nowa propozycja rozwiązania, który może ją zaakceptować jako rozwiązanie końcowe lub określić, w jaki sposób powinna ona być zmodyfikowana. W pracy zamieszczono przykład liczbowy ilustrujący sposób wykorzystania prezentowanej procedury.

Słowa kluczowe

zarządzanie zdolnością produkcyjną, analiza wielokryterialna, programowanie dynamiczne, podejście interaktywne, metoda quasi-hierarchiczna

Interactive dynamic programming application to capacity production management (Summary)

In the paper capacity planning problem is considered, where capacity is defined as a maximum number of goods or services that the organization can produce during a particular period. The main goal is to determine the strategy that should be applied by organization faced with growing demand. The problem is defined as a multicriteria, discrete dynamic programming model, assuming that the decision maker is going to maximize three criteria: 1) net present value, 2) average customer service level, 3) average capacity utilization. The procedure proposed in the paper uses quasi-hierarchical method and interactive approach. In each solution a new proposal is proposed to the decision maker, who can either accept it as a final solution or specify in what way it should be improved. A numerical example is presented to illustrate the applicability of the procedure.

Keywords

capacity planning, multicriteria analysis, dynamic programming, interactive approach, quasi-hierarchical method